漸化式

$$a_n = E_0 a_{n-1} + E_1 a_{n-2} + E_2 a_{n-3} + \dots + E_{n-k} a_{n-k+1} + E_{(n-k+1)} a_{n-k}$$

で表される数列 $\{a_n\}$ の第 N 項目を求める。任意の項は $a_0, a_1, a_2, ..., a_{(k-1)}$ の線形結合で表すことができることに注意する。各項に対して、

$$a_n = A_{(n,1)}a_0 + A_{(n,2)}a_0 + A_{(n,3)}a_3 + \dots + A_{n,k}a_k$$

と係数が表されるとする。この時、任意の自然数 s に対して

$$a_{n+s} = A_{(n,1)}a_s + A_{(n,2)}a_{1+s} + A_{(n,3)}a_{2+s} + \dots + A_{n,k}a_{k-1+s}$$

とすることができる。これは、与えられた漸化式の初項を $a_0,a_1,a_2,...,a_{(k-1)}$ から $a_s,a_{s+1},...,a_{s+k-1}$ に変更したとき、第n項目が a_n から a_{s+n} になることに対応している。

$$a_{x+y} = \Sigma_0^{k-1} A_{(x,i)} a_{y+i}$$

= $\Sigma_0^{k-1} A_{(x,i)} \Sigma_0^{k-1} A_{(y,j)} a_{i+j}$
= $\Sigma_0^{k-1} \Sigma_0^{k-1} A_{(x,i)} A_{(y,j)} a_{i+j}$

こ れ は 、 $A_{(x,0)},A_{(x,1)},A_{(x,2)},...,A_{(x,k-1)}$ と $A_{(y,0)},A_{(y,1)},...,A_{(y,k-1)}$ か ら 、 $A_{(x+y,0)},A_{(x+y,1)},...,A_{(x+y,k-1)}$ が作り出せることを示している。ただし、

$$A_{x+y,t} = \Sigma_0^{k-1} \Sigma_0^{k-1} A_{(x,i)} A_{(y,j)} (i + j = t \oslash \top)$$

このとき、

$$a_k, a_{k+1}, \dots, a_{2k-1}$$

の項も余分に含まれている。 $A_{i,j}$ は $a_0, a_1, a_2, ..., a_{k-1}$ の線形結合に対して定義されていたので、

$$a_k, a_{k+1}, \dots, a_{2k-1}$$

 $\epsilon a_1, a_2, a_3, ..., a_k$ で表し、その係数を足さないといけない。これは、 a_{2k} から、順番に戻していけばよい。これは漸化式を利用する。

以 上 よ り 、 $A_{(x,0)},A_{(x,1)},A_{(x,2)},...,A_{(x,k-1)}$ と $A_{(y,0)},A_{(y,1)},...,A_{(y,k-1)}$ か ら 、 $A_{(x+y,0)},A_{(x+y,1)},...,A_{(x+y,k-1)}$ が作りだせた。これより、繰り返し二乗法で任意の a_n を $a_0,a_1,a_2,a_3,...,a_k$ の線形結合で表した時の係数が得られる。以上が、きたまさ法の概略である。